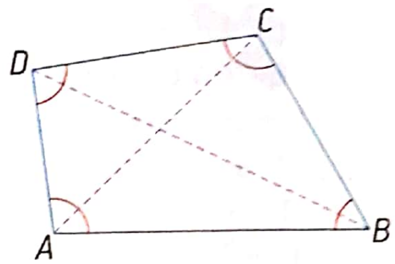
Cuadriláteros

Un **cuadrilátero** es la unión de cuatro segmentos determinados por cuatro puntos, tres de los cuales no son colineales. Los segmentos se intersecan solo en sus extremos.



En el cuadrilátero $ABCD$, se identifican:

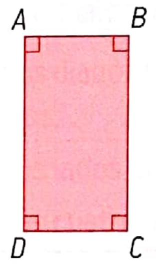
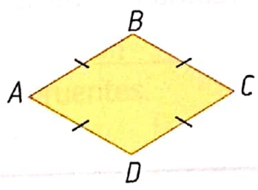
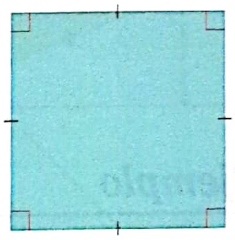
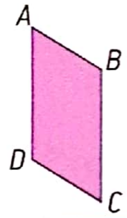
- Vértices: A, B, C y D.
- Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ y $\overline{DA}$
- Ángulos: $\measuredangle ABC$, $\measuredangle BAD$, $\measuredangle BCD$ y $\measuredangle ADC$.
- Lados opuestos: $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$; $\overline{CB}$ y $\overline{DA}$.
- Ángulos opuestos: $\measuredangle BCD$ y $\measuredangle DAB$, $\measuredangle CDA$ y $\measuredangle ABC$.
- Diagonales: $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$.
- Lados consecutivos: son los lados que tienen un vértice en común, por ejemplo, $\overline{CD}$ y $\overline{DA}$.
- Ángulos consecutivos: son aquellos que tienen un lado común, por ejemplo, $\measuredangle CDA$ y $\measuredangle BCD$.

Los cuadriláteros convexos se clasifican según la relación de paralelismo de sus lados en paralelogramos, trapecios y trapezoides.

Paralelogramos

Un **paralelogramo** es un cuadrilátero que tiene sus dos pares de lados opuestos paralelos.

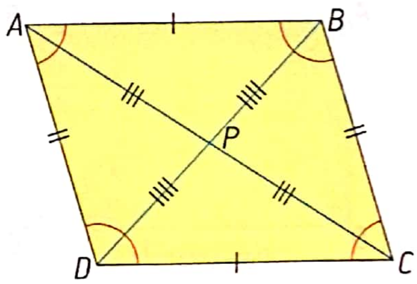
En la tabla se muestra la clasificación de los paralelogramos.

Rectángulo	Rombo	Cuadrado	Romboide
Cuatro ángulos rectos. 	Cuatro lados congruentes. Ángulos consecutivos no congruentes. 	Cuatro ángulos rectos y cuatro lados congruentes. 	Lados y ángulos consecutivos no congruentes. 

Propiedades de los paralelogramos

En todo paralelogramo se verifican las siguientes propiedades:

- Los lados opuestos son congruentes, $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ y $\overline{AD} \cong \overline{BC}$.
- Los ángulos opuestos son congruentes, $\measuredangle BCD \cong \measuredangle DAB$ y $\measuredangle CDA \cong \measuredangle ABC$.
- Los pares de ángulos consecutivos son suplementarios. Por ejemplo, en el cuadrilátero de la figura, $\measuredangle ABC + \measuredangle BAD = 180°$.
- Cada diagonal lo descomponen en dos triángulos congruentes, $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ y $\triangle ABD \cong \triangle CDB$.
- Las diagonales se intersecan en sus puntos medios, $\overline{AP} \cong \overline{PC}$ y $\overline{BP} \cong \overline{PD}$.

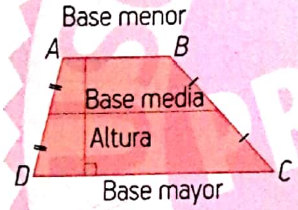


Trapecios

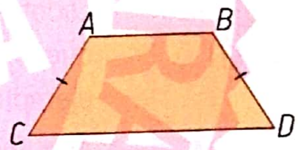
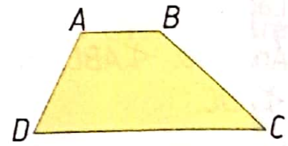
Un **trapecio** es un cuadrilátero que tiene solo un par de lados opuestos paralelos.

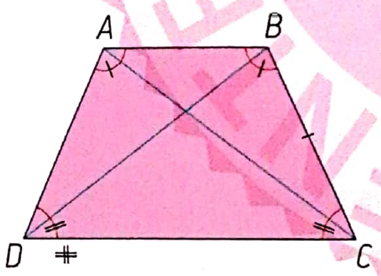
TEN en cuenta

Elementos de un trapecio.



En la tabla se muestra la clasificación de los trapecios.

Trapecio rectángulo	Trapecio isósceles	Trapecio escaleno
Dos ángulos rectos. 	Los dos lados no paralelos son congruentes. 	Los cuatros lados tienen diferente medida. 

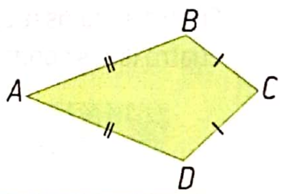
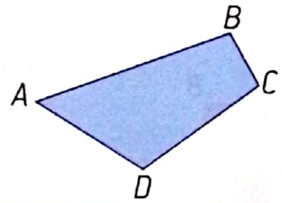


En un trapecio isósceles, como el de la figura de la izquierda, se cumplen dos propiedades: las diagonales son congruentes, $\overline{AC} \cong \overline{DB}$ y los ángulos correspondientes a las bases son congruentes, $\measuredangle BCD \cong \measuredangle ADC$ y $\measuredangle DAB \cong \measuredangle CBA$.

Trapezoides

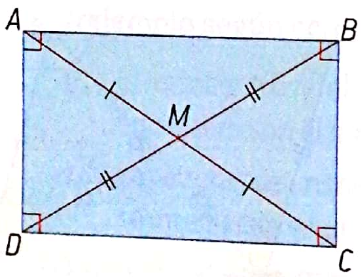
Un **trapezoide** es un cuadrilátero en el cual ningún par de lados opuestos es paralelo.

En la tabla se muestra la clasificación de los trapezoides.

Simétricos	Asimétricos
Dos pares de lados congruentes. 	No tiene lados congruentes. 

Ejemplo

***ABCD* es un rectángulo y *M* es punto medio de las diagonales. Si $AM = x + 7$ y $DM = 2x - 4$, ¿cuánto mide $\overline{AC}$?**



Primero, construimos una figura que represente la información. Como *M* es el punto medio de las diagonales y las diagonales de un rectángulo son congruentes entonces $\overline{AM} \cong \overline{DM}$. Por lo anterior,

$$x + 7 = 2x - 4$$
$$x = 11$$

Como $AC = AM + MC$ y $\overline{AM} \cong \overline{MC}$, entonces

$$AC = AM + AM$$
$$AC = 2AM$$
$$AC = 2(x + 7)$$
$$AC = 2(11 + 7)$$
$$AC = 2(18)$$
$$AC = 36$$

Por tanto, la diagonal *AC* mide 36.

Actividades para *aprender*

Comunicar 1-6 ▸ Razonar 7-17 ▸ Ejercitar 18-20 ▸ Modelar 21-28 ▸ Solucionar problemas 29

Recordar

Observa el plano del apartamento y completa.

1. Los dormitorios 1 y 2 tienen forma de ....
2. La cocina tiene forma de ....
3. El pasillo tiene forma de ....
4. La sala-comedor tiene forma de ....
5. La lavandería tiene forma de ....
6. El baño tiene forma de ....

Señala el valor de verdad de cada afirmación. Justifica tu respuesta.

7. Los paralelogramos son rombos.
8. Los cuadrados son rectángulos.
9. Los rectángulos son cuadrados.
10. Los rombos son cuadrados.
11. Los trapecios rectángulos tiene un par de ángulos rectos.
12. En un rombo las diagonales son perpendiculares.

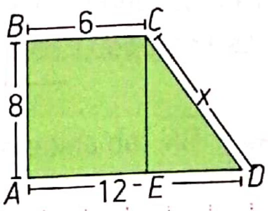
Identifica y escribe el o los cuadriláteros que cumplen la característica dada.

13. Sus diagonales se intersecan en sus puntos medios.
14. Sus lados opuestos son congruentes.
15. Sus cuatro ángulos miden 90°.
16. Sus ángulos no son congruentes.
17. Sus cuatro lados son congruentes.

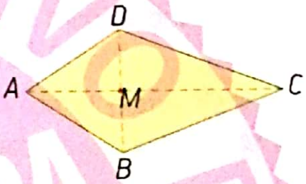
Aplicar

Usa las propiedades de los cuadriláteros y encuentra lo que se pide en cada caso.

18. Calcula el valor de x, sabiendo que el perímetro del $\triangle CDE = 24$.



El cuadrilatero $ABCD$ es un trapezoide simétrico. Al recortarlo, con sus diagonales se obtienen 4 triángulos.



19. Forma un rectángulo con los triángulos obtenidos.
20. Verifica que el largo del rectángulo es igual a AC y que el ancho es igual a la mitad de BD.

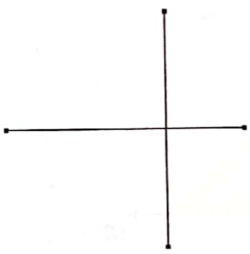
Crear

Construye el cuadrilátero con las características dadas.

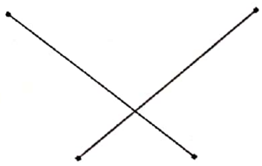
21. Un rombo de 8 cm de lado.
22. Un romboide de lados consecutivos que miden 4 cm y 6 cm.
23. Un trapecio isósceles con bases de 4 cm y 7 cm.
24. Un trapezoide simétrico con diagonal principal de 4 cm y lados de 2,5 cm y 3,5 cm.

Traza los cuadriláteros a partir de sus diagonales y clasifícalos.

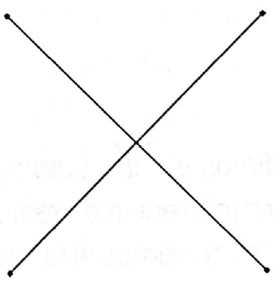
25.



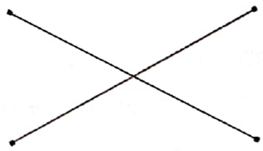
27.



26.



28.



PRUEBA SABER

29. Si alargamos la base menor de un trapecio hasta igualar la base mayor del mismo, ¿qué figura se forma?

A. Un triángulo
B. Un paralelogramo
C. Un trapezoide
D. Un romboide

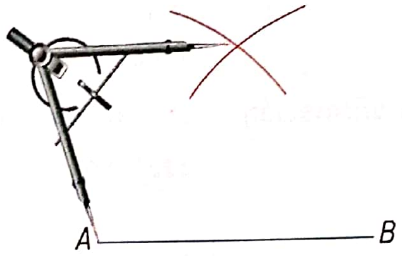
Construcción de polígonos con regla y compás

Es posible construir algunos polígonos utilizando únicamente la regla y el compás. Para la construcción de polígonos, se sigue un determinado número de pasos basados en el conocimiento de la construcción de rectas paralelas, perpendiculares y ángulos. A continuación presentamos dos de dichos procedimientos.

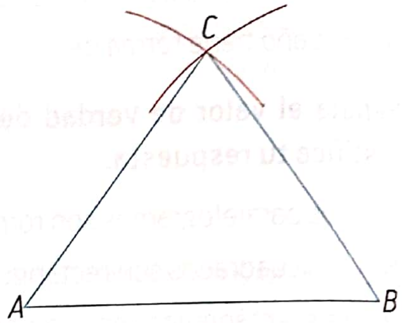
Para construir un triángulo equilátero realizamos los siguientes pasos:

Paso 1. Con la regla trazamos el $\overline{AB}$.

Paso 2. Con centro en A trazamos un arco de radio AB. Con centro en B y la misma abertura trazamos otro arco.

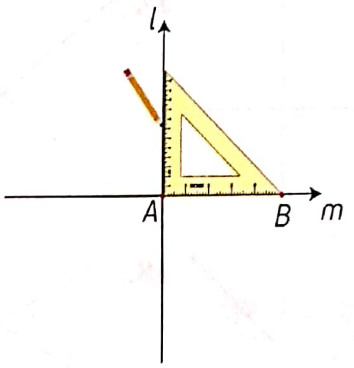


Paso 3. El punto de intersección es C. Unimos los vértices y obtenemos el $\triangle ABC$.

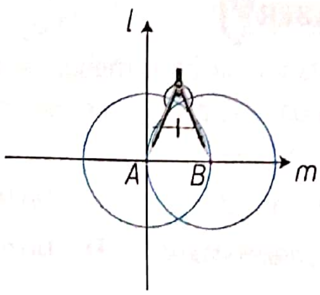


Para construir un hexágono regular realizamos los siguientes pasos:

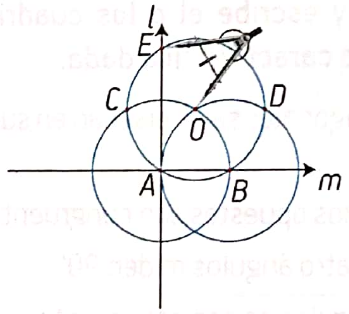
Paso 1. Trazamos dos rectas l y m, perpendiculares. Luego, ubicamos el $\overline{AB}$ en la recta m.



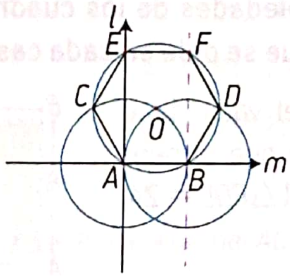
Paso 2. Con el compás medimos el $\overline{AB}$. Luego, con centro en A, trazamos una circunferencia de radio AB. Con centro en B y el mismo radio trazamos otra circunferencia.



Paso 3. Nombramos con O al punto de corte de las dos circunferencias. Luego, con el mismo radio, trazamos otra circunferencia y nombramos con C, D y E los puntos de corte.



Paso 4. Con la escuadra trazamos una recta perpendicular a la recta m que pase por B. Nombramos con F al punto de corte entre esta recta y la circunferencia. Finalmente, trazamos $\overline{AB}$, $\overline{BD}$, $\overline{DF}$, $\overline{FE}$, $\overline{EC}$ y $\overline{CA}$.



Comprender

Interpreta el procedimiento que se muestra a continuación para construir un octágono regular con regla, compás y transportador. Luego, resuelve.

- Se marca el punto O, que será el centro, y se traza una circunferencia con radio igual a 4 cm.
- Se divide 360° entre el número de lados del polígono, $360° \div 8 = 45°$.
- Se traza un radio $\overline{OA}$, que servirá como lado inicial para medir el ángulo de 45° con el transportador.
- Se traza el radio $\overline{OB}$, que es el lado final del ángulo, y a continuación se traza la cuerda $\overline{AB}$, que será uno de los lados del polígono.
- Con el compás se toma la medida de la cuerda $\overline{AB}$ y se marcan, a partir del punto B, puntos alrededor de la circunferencia, que serán los demás vértices del octágono.
- Con la regla se unen los vértices consecutivos para dibujar el octágono. La circunferencia que sirve de base para el trazo puede ser borrada.

1. Propón una regla general para trazar un polígono regular de n lados, con base en la construcción anterior.

2. Construye un pentágono y un heptágono regular utilizando el procedimiento anterior.

Interpreta el procedimiento para construir un paralelogramo con regla, compás y transportador, si se conoce la medida de dos de sus lados consecutivos $\overline{AB}$ y $\overline{AD}$, junto con el ángulo A que hay entre ellos. Luego, resuelve.

- Se traza un segmento con la medida del lado $\overline{AB}$.
- Con el transportador, se construye el ángulo A con el $\overline{AB}$ como lado.
- Con el compás, se copia la medida del lado $\overline{AD}$ y se traza un arco con centro en A, que corte el otro lado del ángulo. Se nombra con D el punto de corte entre el lado del ángulo y el arco. Luego, se traza el segmento $\overline{AD}$.
- Con el compás, se copia la medida del $\overline{AB}$ y se traza un arco con centro en D.
- Con el compás, se toma la medida del $\overline{AD}$ y se traza un arco con centro en B.
- Se trazan segmentos desde el punto de intersección de los arcos hasta los extremos de los segmentos.

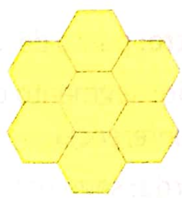
3. Construye un paralelogramo cuyos lados consecutivos midan 4 y 6 cm y el ángulo comprendido entre ellos mida 35°.

4. Construye un paralelogramo cuyos lados consecutivos midan 2,5 y 5,5 cm y el ángulo comprendido entre ellos mida 72°.

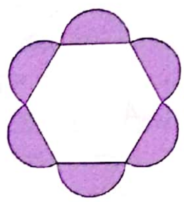
Crear

Construye los siguientes modelos a partir de la construcción de un hexágono regular.

5.



6.



PRUEBA SABER

7. A continuación se describen los pasos de una construcción con regla y compás.

Paso 1. Trazamos una circunferencia con centro C y uno de sus diámetros AB. $\overline{LM}$ y $\overline{MN}$

Paso 2. Trazamos una circunferencia con centro en B y radio BC.

Paso 3. Marcamos con M y N los puntos de intersección de las circunferencias, respectivamente.

Paso 4. Unimos los puntos A y M y los puntos A y N usando una regla.

La figura que se obtiene al relizar la construcción es

A. un triángulo equilátero.

B. un trapecio rectángulo.

C. un cuadrado.

D. un rectángulo.